

24 大修

時間 午前9時30分～10時30分

専門科目(午前)

生体分子機能工学

「解答始め」の合図があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。

注意事項

1. 本冊子は7ページからなり、2ページ目に下書き用紙、3～6ページ目に問題、7ページ目に下書き用紙がある。
2. 問題1～4の全問に解答せよ。
3. 解答は1題ごとに別々の答案用紙に記入せよ。答案用紙の最初の3行を空け、4行目から記入することとし、答案用紙の裏面には解答しないこと。
4. 答案用紙には1枚ごとに問題の番号および受験番号を記入せよ。
5. 空欄を埋める形式の問題を解答する場合には、答案用紙に欄の記号または番号とそれぞれに対応する解答をともに記入せよ。

1. 次の関係を満たす x の関数 $f(x)$ および $g(x)$ を求めよ。

$$\frac{d}{dx} f(x) = -f(x) + g(x) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} g(x) = f(x) - g(x) \quad (2)$$

ただし、 $x=0$ のとき $f(x) = \frac{1}{2}$ とする。

2. 次の問に答えよ。

[1] 行列 \mathbf{A} の共役行列は \mathbf{A}^\dagger と書かれ、その要素は

$$(\mathbf{A}^\dagger)_{ij} = A_{ji}^*$$

である。 \mathbf{A} が $N \times M$ 行列で、 \mathbf{B} が $M \times K$ 行列であるとき、次式が成り立つことを示せ。

$$(\mathbf{AB})^\dagger = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{A}^\dagger$$

[2] 与えられた行列 \mathbf{H} がエルミート行列ならば次の関係（自己共役）が成り立つ。すなわち、

$$\mathbf{H}^\dagger = \mathbf{H}$$

また、 \mathbf{U} をユニタリ行列とすると、その逆行列は共役行列に等しい。すなわち、

$$\mathbf{U}^\dagger \mathbf{U} = \mathbf{E} \quad (\mathbf{E} \text{ は単位行列})$$

である。

いま、エルミート行列 \mathbf{H} にユニタリ変換を施した結果を \mathbf{H}' とすると、

$$\mathbf{H}' = \mathbf{U}^\dagger \mathbf{H} \mathbf{U}$$

である。このとき、 \mathbf{H}' もまたエルミート行列であることを示せ。

3. 質量 m_1 と m_2 をもつ二つの質点1と2が距離 R に固定された系を考える。系の重心を通り、質点を結ぶ直線に垂直な軸のまわりに一定の角速度 ω で回転させる。このとき、質点の運動する平面を X - Y 平面とする。以下の間に答えよ。

[1] 質点1と2の重心からの距離 r_1 と r_2 をそれぞれ求めよ。

[2] 系の全角運動量 \mathbf{L} の大きさ $|\mathbf{L}|$ を求めよ。また、 $|\mathbf{L}|$ の単位をSI単位系で答えよ。

[3] ω の回転方向を指定した上で、 \mathbf{L} の向きを答えよ。

[4] この系の回転エネルギー E を求めよ。

[5] $\frac{|\mathbf{L}|^2}{2E}$ であたえられる物理量の名称を答えよ。

4. 無限に長い直線上に一定の線密度 λ で正電荷が分布している系がある。その線から距離 z にある **A** 点における電場を E とする。以下の問に答えよ。

[1] λ の単位を SI 単位系で示せ。

[2] 電荷が分布している直線を X 軸にとり、**A** 点に最も近い位置を X 軸の原点とする。任意の X 軸上の座標 x の近傍 $(x, x+dx)$ の電荷が **A** 点につくる電場の大きさを答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

[3] 直線上に分布している電荷全てが **A** 点につくる電場 E の大きさ $|E|$ とその方向を求めよ。

[4] 電場の大きさ $|E|$ の単位を SI 単位系で答えよ。