

26 大修

時間 9時30分～10時30分

専門科目（午前）

生体分子機能工学

「解答始め」の合図があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。

注意事項

1. 本冊子は5ページからなり、2ページ目に下書き用紙、3～4ページ目に問題、5ページ目に下書き用紙がある。
2. 問題1と2の全問に解答せよ。
3. 解答は1題ごとに別々の答案用紙に記入せよ。答案用紙の最初の3行を空け、4行目から記入することとし、答案用紙の裏面には解答しないこと。
4. 答案用紙には1枚ごとに問題の番号および受験番号を記入せよ。
5. 空欄を埋める形式の問題を解答する場合には、答案用紙に欄の記号とそれぞれに対応する解答をともに記入せよ。

1. 以下の問に答えよ。

[1] 式①の微分方程式に関する以下の設問に答えよ。

$$-\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = kf(x) \quad \dots \textcircled{1}$$

ただし、 k は定数である。

- (1) ①の一般解を $k \leq 0$ 、 $0 \leq k$ それぞれの場合について書け。
- (2) $x \leq 0$ のとき $f(x) = 0$ かつ $L \leq x$ のとき $f(x) = 0$ となる境界条件の下で、①の一般解を求めよ。ただし、 $0 \leq k$ および $0 \leq L$ とする。
- (3) $f(x) = f(x + 2\pi)$ という境界条件の下で①の一般解を求めよ。ただし、 $0 \leq k$ とする。

[2] いま微分演算子 \hat{a} を $\hat{a} \equiv -i \frac{d}{dx}$ と定義する。以下の問に答えよ。

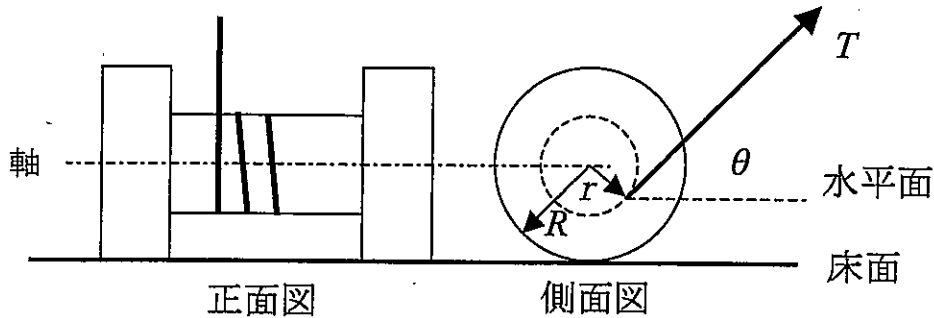
- (1) 関数 $f(x)$ を $f(x) = (x-2)^2$ とする。このとき、 $\hat{a}f(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ は、 $x \rightarrow -\infty$ および $x \rightarrow +\infty$ のとき $f(x) \rightarrow 0$ とする。このとき次の等式が成り立つことを示せ。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f^*(x) \hat{a}f(x) dx = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(x) \hat{a}f(x) dx \right\}^*$$

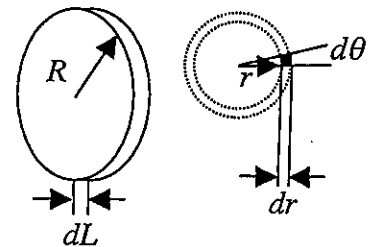
ただし、 $f^*(x)$ は $f(x)$ の複素共役である。

2. 剛体の力学に関する以下の問に答えよ。

[1] 材質が均一な糸車(外径 R , 内径 r)を図に示すように、水平な滑らない床に置き床との角度 θ かつ軸に垂直な方向に張力 T で引いたとき、糸車は動かなかつた。このときの角度を求めよ。



[2] 以下の説明文の空欄アとイにあてはまる数式を記せ。材質が均一な円柱(密度 ρ 、半径 R 、長さ L)の中心軸まわりの慣性モーメント I は、以下のようにして求められる。円柱を厚さ dL の円盤の集まりと考え、この円盤の中心軸まわりの慣性モーメント dI を長さ方向に積分すれば I が得られる。 dI を求めるには、幅 dr の円輪の慣性モーメント dI' を求め、これを半径方向に積分する。 dI' を求めるには、中心軸から距離 r にある幅 dr 、見込み角 $d\theta$ 、厚さ dL の微小部分の中心軸まわりの慣性モーメント $dI'' = \text{ア}$ を全周にわたって積分する。こうして求めた慣性モーメント I は イ となる。



[3] 中心軸まわりの慣性モーメントが I で、均一な材質の円柱(密度 ρ 、半径 R 、長さ L)に右図のように糸を巻く。糸の一端を円柱の表面に固定し、もう一方の端を天井に固定する。回転しないよう手で押さえ、時刻 $t = 0$ で静かに手を離したとき、落下距離 d における円柱の落下の速さ v を求めよ。ただし、重力加速度を g とする。また、糸の質量と摩擦は無視できるものとする。

